

CLASA A 5-A

Barem de corectare

1. Dacă $n=0 \Rightarrow \overline{ca}^n = 1 \neq \overline{abc}$1p

Dacă $n=1 \Rightarrow \overline{ca}^n = \overline{ca} \neq \overline{abc}$1p

$a \neq 0 \Rightarrow \overline{ca} \geq 11 > 10 \Rightarrow$ dacă $n \geq 3, \overline{ca}^n > 10^n \geq 10^3 = 1000 \Rightarrow \overline{ca}^n \neq \overline{abc}$1p

Dacă $n=2$, avem $\overline{abc} = \overline{ca}^2$; $11 \leq \overline{ca} \leq 31$, deci $c \in \{1, 2, 3\}$. Dar $\overline{abc} = pp$, deci $c=1$1p

Avem $\overline{ab1} = \overline{1a}^2 \Rightarrow a \in \{1, 9\}$1p

Dacă $a=1$, obținem $11^2 = 121 \Rightarrow \overline{abc} = 121$

Dacă $a=9$, obținem $19^2 = 361$ care nu convine.....1p

Finalizare.....1p

2. a) $43 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{n \text{ cifre}} + 4 = 477 \dots 73 + 4 = 4777 \dots 7$1p

$$b) a = 4 + (43 \cdot 1 + 4) + (43 \cdot 11 + 4) + \dots + (43 \cdot \underbrace{11 \dots 1}_{2010} + 4) = 43(1 + 11 + \dots + 11 \dots 1) +$$

$+ 4 \cdot 2011$1p

Deci restul împărțirii lui a la 43 este restul împărțirii lui $4 \cdot 2011$ la 43.....1p

Restul este 3.....1p

$$c) a = 43(1 + 11 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_{2010} + 187) + 3$$
.....1p

Catul este $1 + 11 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_{2010} + 187$1p

Ultimele 2 cifre ale sumei $1 + 11 + \dots + \underbrace{11 \dots 1}_{2010}$ sunt 00 \Rightarrow ultimele două cifre ale catului : 87....1p

3.a) Dacă ultima cifră este 3 numărul nu poate fi p.p.1p

Dacă ultima cifră este 5, pentru ca nr. să fie p.p. ar trebui să se termine cu 25, dar cifra zecilor nu poate fi 2.....1p

Dacă ultima cifră e 1, atunci pentru a fi p.p. trebuie să fie $M_4 + 1$, adică penultima cifră pară, ceea ce nu se poate.....1p

b) Numărul \overline{ab} este „generos” dacă este de forma $\overline{a8}$ sau $\overline{a9} \Rightarrow a + 2$ este de forma $\overline{(a + 1)0}$ sau $\overline{(a + 1)1}$, a cifră nenulă.....2p

Suma căutată $(18 + 28 + 38 + \dots + 98) + (19 + 29 + 39 + \dots + 99) = 1053$2p.