Concursul Județean de matematică **„Sorin Simion”**

2 aprilie 2016 – Pitești

Ediția a XIX-a

Clasa a V-a

Barem de corectare

1. $\overbar{ab00}+\overbar{cd}=290∙\overbar{cd}+\overbar{cd}⟹\overbar{ab00}=290∙ \overbar{cd}$ ....2p

$10∙\overbar{ab}=29∙\overbar{cd}$ ....1p

$10|\overbar{cd}⟹d=0$ ....1p

$\overbar{ab}=29∙c⟹c\in \left\{1, 2, 3\right\}⟹\left(a,b,c,d\right)\in \{\left(2,9,1,0\right),\left(5,8,2,0\right),(8,7,3,0)\}$ ....3p

**a.** $x=2^{2017}-1$ ....1p

 $U\left(2^{2017}\right)=2$ ....1p

 $U\left(x\right)=1$ ....1p

 sau $x=1+\left(2+2^{2}+2^{3}+2^{4}\right)+\left(2^{5}+2^{6}+2^{7}+2^{8}\right)+…+$($2^{2013}+2^{2014}+2^{2015}+$ $2^{2016})=1+30+2^{4}∙30+…+2^{2012}∙30$ ....2p

 $U\left(x\right)=1$ ....1p

 **b.** $x=1+30∙\left(1+2^{4}+2^{8}+…+2^{2012}\right)=1+10∙3(1+2^{4}+2^{8}+…+2^{2012})$ . ...1p

 penultima cifră a numărului x este ultima cifră a numărului $3(1+2^{4}+2^{8}+…+2^{2012})$ ....1p

 numerele $2^{4}, 2^{8}$, ..., $2^{2012}$ au ultima cifră 6 $⟹U\left(2^{4}+2^{8}+…+2^{2012}\right)=U\left(6∙503\right)=8$ ....1p

 penultima cifră a numărului x este 7 ....1p

1. Fracția $\frac{15}{n}$ este ireductibilă dacă n este număr natural care nu se divide nici cu 3 și nici cu 5 ....1p

Aflăm câte numere naturale nenule nu se divid nici cu 3 și nici cu 5

$M=\left\{1,2,3,…,2016\right\}⇒cardM=2016$

$A=\left\{x\in M\right| 3\left|x\right\}=\left\{3,6,9,…,2016\right\}⇒cardA=672$ ....1p

$B=\left\{x\in M\right| 5\left|x\right\}=\left\{5,10,15,…,2015\right\}⇒cardB=403$ ....1p

$A∩B=\left\{x\in M\right| 15\left|x\right\}=\left\{15,30,45,…,2010\right\}⇒cardA∩B=134$ ....1p

$A∪B=\left\{x\in M \right| 3|x sau 5|x\}$

$cardA∪B=cardA+cardB-cardA∩B=672+403-134=941$ ....2p

Avem 2016-941=1075 numere naturale nenule nu se divid nici cu 3 și nici cu 5, deci există 1075 fracții de forma $\frac{15}{n}$ ireductibile ....1p

1. $A=n\left(n+1\right)+r, 0\leq r<n$ ....1p

Deoarece $n\geq 0⇒A=n\left(n+1\right)+r\geq n\left(n+1\right)=n^{2}+n>n^{2}$ ....2p

$r<n⇒A=n\left(n+1\right)+r<n\left(n+1\right)+n+1=\left(n+1\right)\left(n+1\right)=(n+1)^{2}$

$ $ ....2p

$n^{2}<A<(n+1)^{2}⟹$A nu este pătrat perfect ....2p