Concursul Județean de matematică **„Sorin Simion”**

2 aprilie 2016 – Pitești

Ediția a XIX-a

Clasa a VII-a

Barem de corectare

1. Presupune prin absurd că are o soluție reală ....1p

Deduce inegalitatea $\left|x-a\right|+\left|x+a\right|\geq 2∙\left|a\right|, ∀ x,a\in R$ ....1p

Deduce analog $\left|x-b\right|+\left|x+b\right|\geq 2∙\left|b\right|, ∀ x,b\in R$ ....1p

Obține succesiv că $\left|x-a\right|+\left|x+a\right|+\left|x-b\right|+\left|x+b\right|\geq 2∙\left|a+b\right|$ ....1p

Ajunge la concluzia că $\left|a+b\right|=0$ ....1p

Se arată că a=0 și b=0 și implicit concluzia ....2p

1. $\frac{1}{3∙5}+\frac{2}{5∙9}+\frac{4}{9∙17}+…+\frac{2^{n-1}}{\left(2^{n}+1\right)∙\left(2^{n+1}+1\right)}=\frac{2^{2010}-1}{3(2^{2011}+1)}$

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{17}+…+\frac{1}{2^{n}+1}-\frac{1}{2^{n+1}+1}\right)=\frac{2^{2010}-1}{3(2^{2011}+1)}$ ….1p

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2^{n+1}+1}\right)=\frac{2^{2010}-1}{3(2^{2011}+1)}$ ….1p

$\frac{1}{2}∙\frac{2^{n+1}-2}{3\left(2^{n+1}+1\right)}=\frac{2^{2010}-1}{3(2^{2011}+1)}$ ….1p

$\frac{2^{n}-1}{3(2^{n+1}+1)}=\frac{2^{2010}-1}{3(2^{2011}+1)}$ ….1p

$\frac{2^{n}-1}{2^{n+1}+1}=\frac{2^{2010}-1}{2^{2011}+1}$ ….1p

$2^{n+2011}+2^{n}-2^{2011}-1=2^{n+2011}-2^{n+1}+2^{2010}-1$ ….1p

$2^{n}∙3=2^{2010}∙3$

$n=2010$ ….1p

1. Construiește $BM||AD, M\in (CD)$ și deduce că $BM=AD=1$

Observă în triunghiul $BMC$ că $\left|BC-MC\right|<1⇒BC=MC$ ….1p

 Construiește $BP⊥MC$ și $CR⊥MB, P\in \left(CM\right),R\in (BM)$ și deduce egalitatea $BP=\frac{CR}{CM}$

 ....1p

 Aplică Pitagora în triunghiul BRC și deduce egalitatea $4⋅BC^{2}=4⋅CR^{2}+1$

....1p

 Presupune că BP este rational și deduce că CR este rational; fie $CR=\frac{m}{n}, m,n\in N^{\*}$ $ \left(m,n\right)=1$și deduce că $4∙BC^{2}∙n^{2}=4∙m^{2}+n^{2}$ ....1p

 Arată că $n\in \{1,2\}$ ….1p

 Cazul $n=1⇒4∙BC^{2}=4∙m^{2}+1$ nu convine ….1p

 Cazul $n=2⇒4∙BC^{2}=m^{2}+1$ nu convine ….1p

1. Fie $\left\{E\right\}=BM∩AC,\left\{F\right\}=CN∩AB$

Cu teorema lui Thales deduce

$AB∥MC⇒\frac{AE}{AC}=\frac{BE}{BM}, AE∥BN⇒\frac{BE}{BM}=\frac{AN}{MN}⇒\frac{AE}{AC}=\frac{AN}{MN}$ și

$BN∥AC⇒\frac{BF}{AB}=\frac{NF}{NC}, AF∥MC⇒\frac{NF}{NC}=\frac{AN}{MN}⇒\frac{BF}{AB}=\frac{AN}{MN}$ ....2p

Deduce că $AE=BF$ și urmează că $∆AEB≡∆BFC$(L.U.L); se deduce că $∡BCO≡∡BMC$ de unde se obține că $∆BCO\~∆BMC⇒\frac{BO}{BC}=\frac{BC}{BM}$ ....2p

Din $\frac{BO}{BC}=\frac{BC}{BM}$ și $BC=AB⇒∆BAO\~∆BMA⇒∡BAO≡∡BMA$ ....1p

Deduce că $∡MOA≡∡BAN$ ....1p

Arată că $m\left(∡MOA\right)+m\left(∡MAC\right)=120^{0}$ ....1p