Concursul Județean de matematică **„Sorin Simion”**

2 aprilie 2016 – Pitești

Ediția a XIX-a

Clasa a VIII-a

Barem de corectare

**1.** Relația b) se mai scrie $\frac{ab+ac+bc}{abc}=\frac{mn+mp+np}{mnp}$ c) ....1p

 Înmulțind relațiile a) și c), avem $\frac{(a+b+c)∙(ab+ac+bc)}{abc}=\frac{(m+n+p)∙(mn+mp+np)}{mnp}$ ....1p

 Pe de altă parte $\left(a+b+c\right)∙\left(ab+ac+bc\right)=\left(a+b\right)∙\left(a+c\right)∙\left(b+c\right)+a∙b∙c$

 ....1p

 În final, avem $\frac{\left(a+b\right)∙\left(a+c\right)∙\left(b+c\right)+a∙b∙c}{a∙b∙c}=\frac{\left(m+n\right)∙\left(m+p\right)∙\left(n+p\right)+m∙n∙p}{m∙n∙p}⇔\frac{(a+b)∙(a+c)∙(b+c)}{a∙b∙c}=\frac{(m+n)∙(m+p)∙(n+p)}{m∙n∙p}$ ....2p

$\left(1+\frac{b}{a}\right)∙\left(1+\frac{a}{c}\right)∙\left(1+\frac{c}{b}\right)=(1+\frac{n}{m})∙(1+\frac{m}{p})∙\left(1+\frac{p}{n}\right)$ ....2p

 

**2. a.** $\left|x+\frac{5}{2}\right|\leq \frac{\sqrt{5}}{2}⇔-\frac{\sqrt{5}}{2}\leq x+\frac{5}{2}\leq \frac{\sqrt{5}}{2}$ ….1p

 $⇔-\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}\leq x\leq -\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}⇔x\in [-\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2},-\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}]$ ….2p

 **b.** relația dată este echivalentă cu $(x+\frac{5}{2})^{2}+(y+3)^{2}=\frac{5}{4}$ ....1p

 deci $(x+\frac{5}{2})^{2}\leq \frac{5}{4}⇔\left|x+\frac{5}{2}\right|\leq \frac{\sqrt{5}}{2}⟺-\frac{\sqrt{5}}{2}\leq x+\frac{5}{2}\leq \frac{\sqrt{5}}{2}$ (1) ....1p

 $(y+3)^{2}\leq \frac{5}{4}⇔\left|y+3\right|\leq \frac{\sqrt{5}}{2}⇔-\frac{\sqrt{5}}{2}\leq -y-3\leq \frac{\sqrt{5}}{2}$ (2) ....1p

 Adunând (1) și (2) rezultă concluzia ....1p

**3.** **a.** Din $G\_{1}$, $G\_{2}$ centre de greutate $⟹\frac{NG\_{1}}{G\_{1}A}=\frac{NG\_{2}}{G\_{2}B}=\frac{1}{2}$ (1)

 $→G\_{1}G\_{2}||AB$ ….2p

 **b.** Notăm $G\_{1}G\_{2}∩MN=\left\{P\right\}.$ În $∆MNB, PG\_{2}||MB⟹\frac{PG\_{2}}{MB}=\frac{NP}{NM}=\frac{1}{3}⟹PG\_{2}=\frac{MB}{3}$

 ….1p

 Din $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{5}⟹\frac{AM}{MB}=\frac{2}{3}⟹MB=\frac{3}{2}∙AM⟹PG\_{2}=\frac{1}{2}∙AM⟹\frac{PG\_{2}}{AM}=\frac{1}{2}$ ….1p

 Dar $∆PG\_{2}E$~$∆MAE⟹\frac{G\_{2}E}{EA}=\frac{PG\_{2}}{AM}=\frac{1}{2}$ (2) (se admite și soluția în care se utilizează teorema lui Menelaus în $∆$ABG2, cu transversala M-E-N) ....2p

 Din (1) și (2) $⇒\frac{G\_{2}E}{EA}=\frac{NG\_{1}}{G\_{1}A}→G\_{1}E||NG\_{2}, NG\_{2}⊂(BCD)$ și $G\_{1}\notin (BCD)⇒EG\_{1}||(BCD)$ ….1p

**4. a.** $DC⊥\left(ADD^{'}\right), D'A⊂(ADD')⇒D'A⊥DC$ ....1p

 $D^{'}A⊥A^{'}D⇒D^{'}A⊥\left(A^{'}DC\right), OM⊂(A'DC)⇒D'A⊥OM$ (1) ....1p

 **b.** Din (1) și O mijlocul $[AD']⇒∆AMD'$ isoscel $⇒AM=D^{'}M$ (2)

 Se construiesc din punctul M, $MR⊥A'C'$ și $MQ⊥AC$ și se calculează în $∆A'C'C$:

 ….1p

 $A^{'}C^{'}=a\sqrt{2}, A^{'}C=a\sqrt{3}, C^{'}M=\frac{a\sqrt{6}}{3},RM=\frac{2a}{3}, MQ=\frac{a}{3}, AQ=A^{'}R=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ și apoi cu Teorema lui Pitagora în $∆AMQ$ și $∆AMO$, AM=a și $OM=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ (se poate face demonstrația aplicând teorema lui Pitagora generalizată în $∆A'QM$) ....3p

 Din (2) $⇒AM=D^{'}M=a$, cum $AD^{'}=a\sqrt{2}$, aplicând reciproca T.Pitagora în $∆AMD'$ $⇒AM⊥D'M$, deci $∆AMD'$ dreptunghic în M, dar $AM=D'M⇒∆AMD'$ este dreptunghic isoscel ….1p