Inspectoratul Şcolar Judeţean Argeş
Liceul Teoretic Iulia Zamfirescu Mioveni

Concursul Județean de Matematică-Informatică "In Memoriam-Ion Cojocaru"

Clasa a VIII-a

9 mai 2015

BAREM DE CORECTARE SI NOTARE

Partea I: 5 x 10 puncte = 50 puncte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	D	B	C	A	B	D	C

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

1. a) $x=1 \Rightarrow f(2)=f(1)+\frac{1}{1007}; x=2 \Rightarrow f(3)=f(2)+\frac{2}{1007};...; x=n-1 \Rightarrow f(n)=f(n-1)+\frac{n-1}{1007}$ .... **4** puncte

Prin adunarea relaţiilor anterioare se obţine: $f(n)=f(1)+\frac{n(n-1)}{2014}$ .... **3** puncte

Pentru $n=2015 \Rightarrow f(2015)=f(1)+2015 \xrightarrow{ip.} f(1)=-1$ .... **2** puncte

Înlocuind în relaţia anterioară şi punând $n=x$ se obţine $f(x)=\frac{x(x-1)}{2014}-1$ .... **1** punct

b) Ecuaţia se scrie echivalent: $x^6+3x^4y^2+3x^2y^4+y^6=x^6-2x^3y^3+y^6$ .... **2** puncte

adică $3x^4y^2+2x^3y^3+3x^2y^4=0 \Leftrightarrow x^2y^2(3x^2+2xy+3y^2)=0$ .... **2** puncte

Rezultă că: $x=0$ sau $y=0$ sau $3x^2+2xy+3y^2=0$ .... **2** puncte

Ultima ecuaţie se scrie sub forma: $2x^2+(x+y)^2+2y^2=0$ ....**1** punct

Unica soluţie a acesteia este: $x=y=0$ .... **1** punct

Soluţiile ecuaţiei iniţiale sunt: $x=0, y\in R$ sau $x\in R, y=0$ .... **2** puncte

2. Realizarea figurii .... **1** punct

Arătăm că planele (AMN) şi (BPQ) sunt paralele .... **2** puncte

$DB\perp(ABC), DB\subset(DBC) \Rightarrow (ABC)\perp(DBC)$ .... **1** punct

$(ABC)\cap(DBC)=BC, AM\perp BC \Rightarrow AM\perp(DBC)$ .... **1** punct

$AM\perp(DBC), AN\perp DC, DC\subset(DBC), MN\subset(DBC)$, rezultă cu R1 T3P că $MN\perp CD$ ... **2** puncte

$DC \perp AN, DC \perp MN \Rightarrow DC \perp (AMN)(1)$ .... **1** punct

$AC \perp AB, AC \perp DB(DB \perp (ABC)) \Rightarrow AC \perp (ABD)$ şi $AC \subset (DAC) \Rightarrow (DAC) \perp (ABD)$... **1** punct

$(DAC) \perp (ABD), (DAC) \cap (ABD) = AD, BP \perp AD \Rightarrow BP \perp (DAC)$ .... **1** punct

$BP \perp (DAC), BQ \perp DC, DC \subset (DAC), PQ \subset (DAC)$, rezultă cu R1 T3P că $PQ \perp DC$ ..... **2** puncte

$PQ \perp DC, BQ \perp DC \Rightarrow DC \perp (BPQ)(2)$ .... **1** punct

Din relaţiile (1) şi (2) $\Rightarrow$ $(BPQ) \parallel (AMN)$ şi $d((BPQ),(AMN)) = QN$ .... **1** punct

ΔABC, $m(\angle A) = 90° \Rightarrow BC = \sqrt{b^2 + c^2}$ și din

$AM \perp BC \Rightarrow AC^2 = MC \cdot BC \Rightarrow MC = \frac{AC^2}{BC} \Rightarrow MC = \frac{b^2}{\sqrt{b^2+c^2}}$ .... **1** punct

ΔDBC, $m(\angle DBC) = 90° \Rightarrow DC = \sqrt{b^2 + c^2 + d^2}$.. **1** punct

$\angle DCB \equiv \angle MCN$, $m(\angle D) = m(\angle N) = 90° \Rightarrow \Delta DBC \sim \Delta MNC \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{MC}{DC} = \frac{CN}{BC} \Rightarrow CN = \frac{MC \cdot BC}{DC} \Rightarrow CN = \frac{b^2}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}$ .... **2** puncte

ΔDBC, $m(\angle B) = 90°$, $BQ \perp DC \Rightarrow DB^2 = DQ \cdot DC \Rightarrow DQ = \frac{BD^2}{CD} = \frac{d^2}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}$ .... **1** punct

$QN = DC - (DQ + NC) \Rightarrow QN = \sqrt{b^2+c^2+d^2} - \left(\frac{d^2}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}} + \frac{b^2}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow QN = \frac{c^2}{\sqrt{b^2+c^2+d^2}}$ .... **1** punct

<u>NOTĂ:</u> Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.