BAREM

Clasa a II -a

Partea I: 5x10=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

ITEM	1	2	3	4	5
VARIANTA CORECTĂ	c	b	a	b	b

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

b = 97 — 4 pct.
c = 149 + 97
c = 246 — 4 pct.
a = 642 — 4 pct.
a – b + c = 642 – 97 + 246
= 545 + 246 — 4 pct.
= 791 — 4 pct.

Problema 2. **(total punctaj 20p)**

1. Câți lei costă un ecler ? 21 : 7 = 3 lei — 4 pct.
2. Câți lei costă o tartă? 6 x 3 = 18 lei — 4 pct.
3. Câți lei costă două tarte? 18 + 18 = 36 lei — 4 pct.
4. Câți lei costă o savarină? 36 : 6 = 6 lei — 4 pct.
5. Câți lei sunt necesari pentru a cumpăra o tarta, o savarină și un ecler?
   3 +18 + 6 = 21 + 6
   = 27 lei — 4 pct.

Se acceptă şi alte variante corecte (moduri) de rezolvare.

BAREM

Clasa a III -a

Partea I: 5x10=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

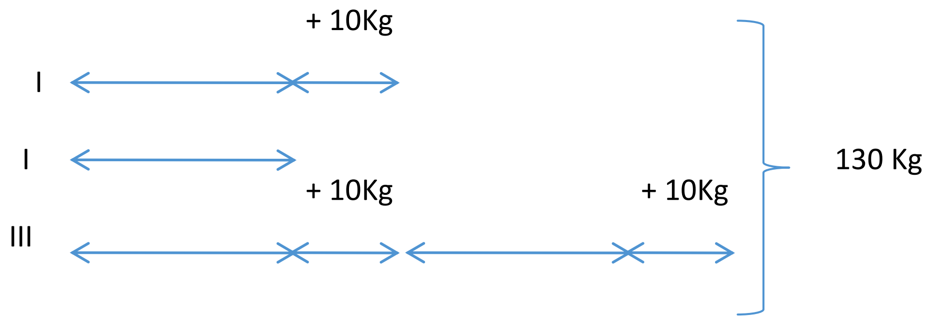
ITEM	1	2	3	4	5
VARIANTA CORECTĂ	c	b	c	b	d

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

83 – 63 = 20 (jumătate din numărul băieților)	5 puncte
20 x 2 = 40 (numărul băieților)	5 puncte
96 – 20 = 76 fete (au mers în drumeție)	5 puncte
63 + 76 = 139 (numărul fetelor din tabără)	5 puncte

Problema 2. **(total punctaj 20p)**



	Grafic 2 puncte
130 – 30 = 100 (suma celor patru segmente egale)	3 puncte
100 : 4 = 25 kg (a doua ladă)	3 puncte
25 kg + 10 kg = 35 kg (prima ladă)	3 puncte
35 x 2 = 70 kg (a treia ladă)	3 puncte
35 x 5 = 175 lei (costă caisele din prima ladă)	2 puncte
25 x 5 = 125 lei (costă caisele din a doua ladă)	2 puncte
70 x 5 = 350 lei (costă caisele din a treia ladă)	2 puncte

BAREM

Clasa a IV -a

Partea I: 5x10=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

ITEM	1	2	3	4	5
VARIANTA CORECTĂ	c	d	a	c	b

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

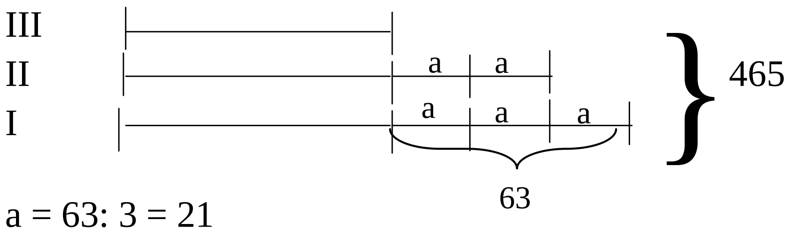
Notăm:

I – înălţimea fratelui mare

II – înălţimea fratelui mijlociu

III – înălţimea fratelui mic

a – diferenţa dintre înălţimea fratelui mare şi cea a mijlociului



5p

a = 63: 3 = 21 3p

465 – 21X5 = 465 – 105 = 360 (reprezintă de trei ori înălţimea fratelui mic) 3p

360: 3 = 120 cm înălţimea fratelui mic) 3p

120 + 21x2 = 120 + 42 = 162 cm înălţimea fratelui mijlociu) 3p

120 + 21x3 = 120 + 63= 183 cm înălţimea fratelui mare) 3p

Problema 2

193 - 103 = 90 (triplul primului număr) 3p

90 : 3 = 30 (primul număr) 3p

243 – 103 = 140 (dublul celui de al doilea număr) 3p

140 : 2 = 70 (al doilea număr) 3p

103 – 30 – 70 = 3 (suma dintre al treilea şi al patrulea număr) 3p

Cele două numere fiind distincte, avem următoarele posibilităţi:

a) 0 si 3 sau invers 2,5p

Produsul este :

3o . 70 . 0 . 3 = 0

b) Numărul al treilea este 1 si al patrulea 2 sau invers. 2,5p

Produsul este:

30 . 70 . 1 . 2 = 4200

BAREM

Clasa a V -a

Partea I: 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VARIANTA CORECTĂ	c	a	d	a	a	b	b	a	c	c

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

Notăm a 5-a parte dintr-o carte cu x și cu y a 7-a din cealaltă carte…… 2 puncte
Scrie $x = 16 + y$ ……………………………………………………….. 1 punct
și $5x = 7y$ ………………………………………………………… 1 punct
Scrie: $5 \cdot (16 + y) = 7y \Leftrightarrow 80 + 5y = 7y \Leftrightarrow 2y = 80$ ……………………..… 5 puncte
Obține $y = 40$ și $x = 56$. ………….. 4 puncte
Află numărul de pagini al cărții $56 \cdot 5 = 40 \cdot 7 = 280$ pagini …………… 4 puncte
Fetele mai au de citit: Ana – 224 pagini și Ileana - 240 pagini ……….…3 puncte

Problema 2. **(total punctaj 20p)**

a) $S(3) = 111 \cdot (1 + 2 + ... + 9) + 10^3 = 111 \cdot 45 + 1000 = 5995$………. 3 puncte
b) Notează $a = \underbrace{\overline{1...1}}_{n \text{ ori}}$ ……………………………..…………………… 1 puncte
Scrie $S(n) = a \cdot (1 + 2 + ... + 9) + 9a + 1 = 54a + 1 = 3 \cdot 18a + 1$ ……… 4 puncte
Dă răspunsul: restul împărţirii lui $S(n)$ la 3 este 1……………………….... 2 puncte
c) observă că din b), $Q(n) = 18a$ ……………………………………….. 3 puncte
Scrie că $18a = 18 \cdot \underbrace{\overline{1...1}}_{n \text{ ori}} = \underbrace{\overline{19...98}}_{n \text{ ori}}$ ……………………………….……… 3 puncte
Suma cifrelor lui $Q(n)$ este atunci $9n$ ……………………………………2 puncte
Scrie: câtul cerut este n …………………………………………………2 puncte

BAREM

Clasa a VI -a

Partea I: 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VARIANTA CORECTĂ	a	b	d	c	d	c	c	a	d	b

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

a) (10p) $2414 = 2 \cdot 17 \cdot 71$; x, y fiind numere de două cifre, $x > y$, va rezulta $x = 71$, $y = 34$............. 3p

$t = 17^{71} \cdot 71^{34} + 1207 = 17^{71} \cdot 71^{34} + 17 \cdot 71 = 17 \cdot 71 \cdot (17^{70} \cdot 71^{33} + 1)$ 3p

Deoarece ultima cifră a numărului $17^{70} = 17^{4 \cdot 17 + 2}$ este 9, rezultă că numărul din paranteză se termină cu 0, deci t este divizibil cu $17 \cdot 71 \cdot 5 = 6035$.. 4p

b) (10p) $2^{72} = 2^{4 \cdot 18}$ are ultima cifră 6, $2^{34} = 2^{4 \cdot 8 + 2}$ are ultima cifră 4, deci $2^{72} + 2^{34}$ se termină cu cifra 0... 4p

Analog, $7^{72} = 7^{4 \cdot 18}$ are ultima cifră 1, $7^{34} = 7^{4 \cdot 8 + 2}$ are ultima cifră 9, deci $7^{72} + 7^{34}$ se termină cu cifra 0 .... 4p

Numărătorul și numitorul se divid cu 10, rezultă cerința problemei 2p

2. a) (12p) Figura 1p

Obține prin calcul $m(\sphericalangle AOB) = 72^0, m(\sphericalangle COB) = 108^0$ 4p

Din $OM \perp OB$ și $ON \perp OA$ și faptul că $\sphericalangle MON$ și $\sphericalangle AOB$ ascuțite $\Longrightarrow \sphericalangle MON \equiv \sphericalangle AOB$ 2p

Calculează $m(\sphericalangle BON) = m(\sphericalangle AON) - m(\sphericalangle AOB) = 18^0$ 1p

$m(\sphericalangle COM) = m(\sphericalangle AOC) - m(\sphericalangle AOB) - m(\sphericalangle MOB) = 18^0$ 1p

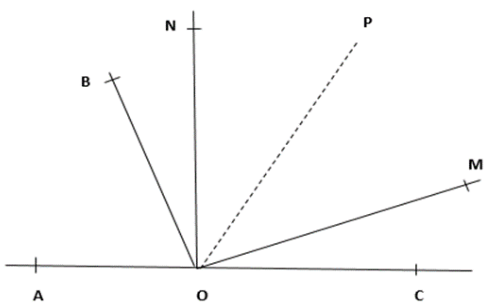
Fie [OP bisectoarea $\sphericalangle MON \Longrightarrow m(\sphericalangle MOP) = m(\sphericalangle NOP)$ 1p

Dar $m(\sphericalangle BON) = m(\sphericalangle COM)$, și , prin adunarea membru cu membru a ultimelor două egalități, obține $m(\sphericalangle BOP) = m(\sphericalangle COP)$, deci [$OP$ este și bisectoarea $\sphericalangle BOC$ 2p

b) (8p) ΔBOC isoscel, [OP este bisectoarea $\sphericalangle BOC \Longrightarrow$ [OP] înălțime$\Longrightarrow OP \perp BC$ 3p

ΔMON isoscel, [OP este bisectoarea $\sphericalangle MON \Longrightarrow$ [OP] înălțime $\Longrightarrow OP \perp MN$ 3p

Din $OP \perp BC$, $OP \perp MN$, rezultă $MN \parallel BC$.. 2p



BAREM **Clasa a VII -a**

Partea I: 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VARIANTA CORECTĂ	a	a	b	c	d	a	a	d	d	c

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

1. i) Ecuaţia data este echivalentă cu ecuaţia $(x+y)(x^2-xy+y^2-1)=2017$ …………..… 1 p

Notând $x+y=S$ şi $xy=P$ ecuaţia devine $S(S^2-3P-1)=2017$ ……………………..……...…….. 2 p

$x,y\in Z\Rightarrow S,P\ \in Z$ şi 2017 este număr prim $\Rightarrow a)\ \begin{cases} S=1 \\ S^2-3P-1=2017 \end{cases}$ sau $b)\ \begin{cases} S=2017 \\ S^2-3P-1=1 \end{cases}$ sau $c)\ \begin{cases} S=-1 \\ S^2-3P-1=-2017 \end{cases}$ sau $d)\ \begin{cases} S=\ -2017 \\ S^2-3P-1=-1 \end{cases}$ ……………...………….…..……..... 2 p

Din $a)$ deducem $P=\ -\frac{2017}{3}\notin Z$ deci sistemul $a)$ nu are soluţii în mulţimea nr. întregi ………… 1 p

Din $b)$ deducem $3P=S^2-2$, dar $S=2017=3\cdot 672+1$, adică $S=\mathcal{M}_3+1$, prin urmare $P=\frac{S^2-2}{3}=\frac{\mathcal{M}_3-1}{3}\notin Z$. Deci nici în acest caz nu avem soluţie …………………...……..………… 3 p

Analog se analizează cazurile $c)$ şi $d)$ şi deducem că nici în aceste cazuri nu avem soluţii în mulţimea numerelor întregi ……………………………………………………………………………… 1 p

ii) Dacă $a,b\ \in R_+^*$ atunci $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ (1) şi rezultă $S\geq 2+a+b\Leftrightarrow 0<a+b\leq 8$ (2) …..…. 1 p

Avem că $ab=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}$ ……………………………………………...……………………... 3 p

Din (2) $\Rightarrow 0<\ (a+b)^2\leq 64$, deci $ab\leq\frac{64-(a-b)^2}{4}\leq 16-\frac{(a-b)^2}{4}\leq 16$ ………………...…… 3 p

Egalitate avem atunci când $\frac{(a-b)^2}{4}=0\Leftrightarrow a=b$. Pentru $a=b$ egalitatea din enunţ devine $S=2a+2$ şi pentru $S=10$ obţinem $a=4$, şi deci produsul ab ia valoarea maximă 16 pentru $a=b=4$ ……………………………………………………………………...………………… 3 p

Problema 2. **(total punctaj 20p)**

a) Fie MQ mediană în triunghiul isoscel ABM $\Delta MAN\equiv\Delta AMQ\Rightarrow\widehat{MAN}\equiv\widehat{AMQ}$(1)	3p
MQ linie mijlocie în $\Delta ABC\Rightarrow MQ\parallel AC\Rightarrow\widehat{QMA}\equiv\widehat{CAM}$(2)	3p
Din (1) şi (2)$\Rightarrow\widehat{MAN}\equiv\widehat{CAM}\Rightarrow$[AM bisectoarea $\widehat{NAC}$	3p
b) Fie BR mediană în triunghiul isoscel ABM rezultă $BR\perp AM$, dar $MP\perp AM\Rightarrow BR\parallel MP$	3p
Fie $\{T\}$=BR $\cap$ AC În ΔAMP, RT linie mijlocie, rezultă AT=TP	3p
În ΔBTC MP linie mijlocie rezultă CP=PT	3p
AT=TP=PC $\Rightarrow\frac{PC}{AP}=\frac{1}{2}$	2p

BAREM

Clasa a VIII -a

Partea I: 10x5=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

ITEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VARIANTA CORECTĂ	C	C	B	C	C	A	A	D	D	D

Partea a II-a : 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

Problema 1. **(total punctaj 20p)**

$$\frac{a_n^2+2\cdot n\cdot a_n+n^2+n}{a_n+n}=\frac{(a_n+n)^2+n}{a_n+n}=a_n+n+\frac{n}{a_n+n}$$ 3p

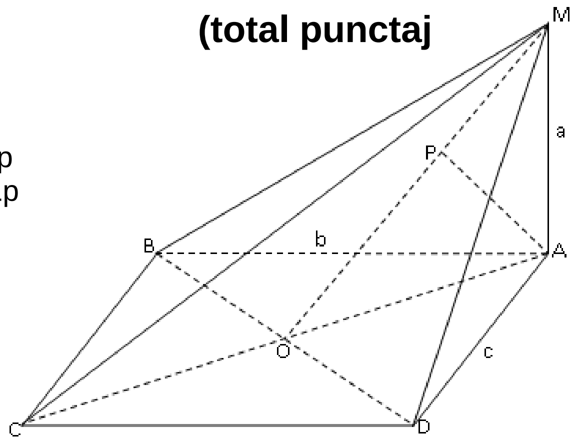
Suma fracțiilor =

$$\left(1+a_1+\frac{1}{a_1+1}\right)+\left(2+a_2+\frac{2}{a_2+2}\right)+\cdots+\left(n+a_n+\frac{n}{a_n+n}\right)=(1+2+\cdots+n)+(a_1+a_2+\cdots+a_n)+\left(\frac{1}{a_1+1}+\frac{2}{a_2+2}+\cdots+\frac{n}{a_n+n}\right)$$ 3pIdentific

termenii $\Longrightarrow 1+2+\cdots+n=1951\cdot 975 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2}=1951\cdot 975$ 2p

n = 1950 2p

Problema 2. **(total punctaj 20p)**



a. Notam AM=a ; AB=b ; AD=c

a + b + c = 3 1p

$a^2 + b^2 + c^2 = 3$ 1p

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ 1p

$\Longrightarrow$ ab + ac + bc = 3 1p

$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ 1p

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = 0$ 1p

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (a - c)^2 = 0$ 2p

$\Longrightarrow$ a = b = c = 1 $\Longrightarrow ABCD\ patrat$ 2p

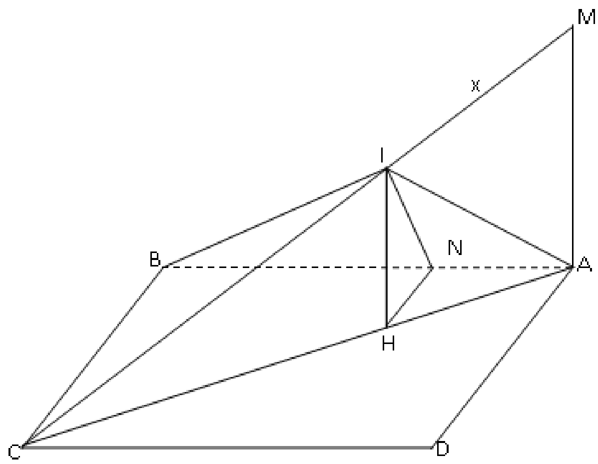
Demonstreaza MO $\perp$ BD 2p

Demonstreaza AP $\perp$ (MBD) 2p

Calculeaza AO = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2p

Calculeaza MO = $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 2p

Calculeaza distanta de la A la planul (BMD) = $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 2p



b. Demonstreaza IN $\perp$ AB 2p

Calculeaza IH =1- $\frac{x}{\sqrt{3}}$ 2p

Calculeaza HN = $\frac{x}{\sqrt{3}}$ 2p

Calculeaza IN = $\sqrt{\frac{2}{3}\left(x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$ 2p

Aria triunghiului IAB este minima daca IN este min. , IN = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ val min., pt x=$\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2p