**Olimpiada Națională de Matematică -etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a XI-a**

**SUBIECTE:**

 **Subiectul 1.** Fie marticile A,B,C,D $\in $ Mn(C) a.î. A3= -BCD, B3= -CDA ,C3= -DAB, D3= -ABC

 a) Să se arate că A4 = B4 = C4 = D4

 b) Să se dea un exemplu de matrici A,B,C,D care verifică simultan condițiile din ipoteză

**Subiectul 2.** Să se arate că dacă șirul ( xn)n$\geq $0 verifică relația :

 (n + 2 ) xn+2 – (n+3) xn+1 + xn = 0 , $∀ $n$\geq $ 0 , atunci el este convergent și calculați limita lui.

**Subiectul 3.** Fie matricea A = $\left(\begin{matrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{matrix}\right)$ și B = a.A3 + x.A2 +(a-x).A

 Să se arate că a.det B $\geq $ 0 ,$∀$ a , x $\in $ **R**

**Subiectul 4.**  Fie A o matrice de ordinul doi cu elemente reale și At  matricea transpusă. Știind

 că det ( A+At ) = 8 și det ( A+2At ) = 27. Să se calculeze det A

 G.M. nr 11 / 2014

**Notă:**

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte

Timp de lucru 3 ore.

**Olimpiada Națională de Matematică- etapa locală**

**15 februarie 2015-PITEȘTI**

**Clasa a XI-a**

# BAREM de CORECTARE si NOTARE:

 **Sbiectul 1.** a) A4 = A3A =(-BCD)A = B(-CDA) =BB3 = B4 ……………………………………………………..1p

 C4 = CC3 = C(-DAB) =(-CDA)B = B3B = B4 ……………………………………………………..1p

 D4 =DD3 = D(-ABC) = (-DAB)C = C3C= C4 ……………………………………………………..1p

 Finalizare A4= B4 = C4 = D4 ……………………………………………………….………………1p

 b) A , -A , iA , -iA (i4=1) și verificările ……………………………………………………………..3p

**Subiectul 2.** Relația se mai poate scrie : (n+2)(xn+2 – xn+1) – (xn+1 - xn) = 0 ………………………….1p

 Notează yn = xn+1 – xn =$>$ yn+1 = $\frac{1}{n+2}$ yn  ………….…………………………………………..1p

 yn = $\frac{1}{\left(n+1\right)!}$ y0 ……………………………………………………………………………………………….1p

 xn+1  - xn = $\frac{1}{\left(n+1\right)!}$ (x1 – x0) ………………………………………………………………………………..1p

 xn = x0 +($\frac{1}{1!}$ + $\frac{1}{2!}$ + … + $\frac{1}{n!}$)( x1 – x0) ……………………………………………………………………..1p

 En = 1+$\frac{1}{1!}$ + $\frac{1}{2!}$ + … + $\frac{1}{n!}$ , En$\rightarrow $ e =$>\frac{1}{1!}$ + $\frac{1}{2!}$ + … + $\frac{1}{n!}$ $\rightarrow $ e - 1 …………………………………1p

 Finalizare xn $\rightarrow $ x0+(e – 1)( x1 – x0) ………………………………………………………………….1p

**Subiectul 3.** Calculează A2 =$\left(\begin{matrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{matrix}\right)$ , A3 = I3 …………………………………………………………….2p

 obține B = $\left(\begin{matrix}a&x&a-x\\a-x&a&x\\x&a-x&a\end{matrix}\right)$ …………………………………………..1p

 det B = 2a ( 3x2 -3ax + a2) ………………………………………………………………………………1p

 a det B = 2a2(3x2 – 3ax +a2) …………………………………………………………………………….1p

 3x2 – 3ax +a2 $\geq $ 0 ($∆$ = - 3a2 $\leq $ 0 )……………………………………………………………………..1p

 Finalizare 2a2(3x2 – 3ax +a2) $\geq $ 0 ……………………………………………………………………1p

**Subiectul 4.** A =$\left(\begin{matrix}a&b\\c&d\end{matrix}\right)$ , At = $\left(\begin{matrix}a&c\\b&d\end{matrix}\right)$ A + At = $\left(\begin{matrix}2a&b+c\\c+b&2d\end{matrix}\right)$ ………………………………….1p

 det (A + At ) = 4ad - b2 -2bc –c2 …………………………………………………………….1p

 A +2 At = $\left(\begin{matrix}3a&b+2c\\c+2b&3d\end{matrix}\right)$ ………………………………………………………………….1p

 det (A +2 At ) = 9ad – 2b2 – 5bc -2c2 ………………………………………………………… 1p

 $\left\{\begin{array}{c}4ad - b^{2} -2bc –c^{2}=8 \\9ad – 2b^{2} – 5bc -2c^{2}=27\end{array}\right.$ …………………………………………………………….1p

 Finalizare ad – bc = 11 , deci det A = 11 …………………………………………………….2p

 **Notă:**

Orice altă soluţie corectă se punctează corespunzător.