

PROGRAMA CONCURSULUI DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Secțiunea H2

- Pentru fiecare clasă, în programa de concurs sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programei de concurs atât din clasele anterioare cât și din etapele anterioare, de la secțiunea respectivă.
- Conținuturile din afara programei școlare sunt evidențiate prin subliniere.
- Cunoștințele suplimentare față de programa de concurs pot fi folosite în rezolvarea problemelor de concurs.

CLASA a IX-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimi și elemente de logică matematică.

- Mulțimea numerelor reale
- Operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, operații cu intervale de numere reale.
- Propoziție, predicat, cuantificatori. Operații logice elementare, corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi; raționament prin reducere la absurd.
- Inducția matematică; calculul unor sume.

2. Șiruri

- Modalități de descriere a unui șir; determinarea termenului general al unor șiruri; studiul mărginirii și monotoniei unui șir.
- Progresii aritmetice și geometrice: formula termenului general, suma primilor n termeni; condiții ca n numere ($n \geq 3$) să fie în progresie aritmetică sau geometrică.

GEOMETRIE

3. Vectori în plan:

- Vectori; operații cu vectori - proprietăți;
- Condiția de coliniaritate; descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.

4. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană:

- Vectorul de poziție al unui punct; teorema lui Thales (condiții de paralelism);
- Vectorul de poziție al unui punct; concurența medianelor unui triunghi.

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. Funcții; lecturi grafice

- Reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cele patru cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$.
- Funcții: definiție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții.
- Graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unei funcții, intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$.

- Funcții numerice – proprietăți: monotonie, mărginire, paritate, imparitate periodicitate și interpretarea grafică a acestora.
- Compunerea funcțiilor.

2. Funcția de gradul I

- Reprezentarea grafică; proprietăți: monotonie, semnul funcției și interpretarea grafică a acestora;
- Ecuații și inecuații reductibile la cele de gradul I; sisteme de ecuații și inecuații de gradul I – interpretare grafică.

3. Funcția de gradul al II-lea;

- Reprezentarea grafică a funcției de gradul al doilea: intersecția graficului cu axele de coordonate, vârful parabolei, axa de simetrie.
- Aplicații ale relațiilor lui Viète: calculul sumelor puterilor rădăcinilor, calculul unor expresii care depind de rădăcinile ecuației de gradul al doilea, formarea ecuației de gradul al doilea, semnul soluțiilor ecuației de gradul al doilea, rezolvarea sistemelor simetrice.

GEOMETRIE

1.Elemente de trigonometrie

- Rezolvarea triunghiului dreptunghic.
- Cercul trigonometric, funcții trigonometrice, reducerea la primul cadran, formule trigonometrice (relații între funcțiile trigonometrice ale unui unghi, formule trigonometrice pentru suma și diferența a două unghiuri, pentru dublul unui unghi, transformarea sumelor în produs și a produselor în sumă).

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

1. Proprietăți ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie, punct de extrem, interpretare geometrică.
- Semnul funcției de gradul al doilea; inecuații reductibile la cele de gradul II; sisteme de inecuații de gradul al doilea.
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă, sisteme de două ecuații cu două necunoscute (cu o ecuație de gradul I și una de gradul II, omogene).

GEOMETRIE

1. Aplicații ale trigonometriei în geometria plană:

- Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema cosinusului, teorema sinusurilor.
- Calculul lungimilor unor segmente importante în triunghi; raza cercului circumscris și raza cercului înscris în triunghi.
- Rezolvarea triunghiurilor.
- Calculul ariei unui triunghi.

CLASA a X-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor reale:

- Puteri cu exponent real - proprietăți, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
- Radical dintr-un număr rațional (ordin 2 sau 3), proprietăți.
- Logaritmi: proprietăți ale logaritmilor și operații cu logaritmi, operația de logaritmare.

2. Mulțimea numerelor complexe:

- Numere complexe - forma algebrică a unui număr complex: conjugatul unui număr complex, modulul unui număr complex, operații cu numere complexe, puterile numărului i .
- Imaginea geometrică a numărului complex; interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
- Rezolvarea în mulțimea numerelor complexe a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți din mulțimea numerelor reale și complexe. Ecuații bipătrate.

1. Funcții:

Reprezentarea geometrică a graficului și proprietăți (monotonie, mărginire, paritate/imparitate, periodicitate) ale funcțiilor:

- Funcția putere cu exponent natural.
- Funcția radical de ordin doi și trei.
- Funcția exponențială, creșteri exponențiale.
- Funcția logaritmică, creșteri logaritmice.
- Funcții trigonometrice directe.

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. Funcții:

- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate.
- Funcții inversabile, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă și interpretarea grafică a acestor proprietăți.
- Funcții trigonometrice inverse.

2. Rezolvări de ecuații: ecuații iraționale, ecuații exponențiale, ecuații logaritmice.

3. Rezolvări de inecuații: inecuații iraționale, inecuații exponențiale, inecuații logaritmice.

4. Metode de numărare:

- Metoda inducției matematice.
- Mulțimi finite ordonate.
- Permutări, aranjamente, combinări, proprietăți.
- Binomul lui Newton.

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

1. Matematici financiare:

- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA.
- Date statistice: culegere, clasificare, prelucrare, reprezentare grafică.
- Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie.
- Evenimente aleatoare egal probabile; probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile.

- Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate: schema lui Poisson și schema lui Bernoulli.

GEOMETRIE

Reper cartezian în plan, coordonate carteziane.

- Distanța dintre două puncte, coordonatele mijlocului unui segment, coordonatele centrului de greutate al unui triunghi.
- Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real.
- Produsul scalar a doi vectori; unghiul dintre doi vectori.
- Ecuații ale dreptei în plan.
- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan.
- Calculul de distanțe și arii.

Clasa a XI-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Matrice

- Matrice; operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.
- Puterea cu exponent natural a unei matrice.

2. Determinanți

- Determinantul unei matrice pătrate de ordin cel mult 3, proprietăți.
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. **Dreapta reală:** intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$.

2. Limite de funcții:

- Limite laterale; existența limitei unei funcții într-un punct.
- Calculul limitelor pentru funcțiile: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, funcția exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția rațională, funcții trigonometrice.
- Calculul limitelor în cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:
 $0/0, \infty/\infty, 0 \cdot \infty, 1^\infty$.
- Limite remarcabile.
- Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice.

3. Funcții continue

- Interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue. Discontinuități de speța întâi și de speța a doua.
- Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux.
- Demonstrarea existenței rădăcinilor unei funcții pe un interval.

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. **Matrice inversabile** din $M_n(\mathbb{C})$, $n = 2, 3$. Ecuații matriceale.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Funcții derivabile

- Tangenta la o curbă. Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile.
- Operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și II pentru funcțiile studiate.
- Regulile lui l'Hospital.

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

Sisteme de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute

- Forma matriceală a unui sistem liniar.
- Metoda lui Cramer.
- Metoda lui Gauss.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor de ordin I și II:

- Monotonie, puncte de extrem.
- Concavitate, convexitate, puncte de inflexiune.
- Stabilirea unor inegalități.
- Probleme de maxim și minim.

2. Reprezentarea grafică a funcțiilor.

3. Probleme de extrem.

Clasa a XII-a

I. Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Grupuri

- Lege de compoziție internă, tabla operației. Parte stabilă și proprietăți ale unei legi de compoziție.
- Grup: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, grupul claselor de resturi modulo n .
- Morfism și izomorfism de grupuri.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Primitive

- Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite.
- Primitive uzuale.
- Metode de a demonstra că o funcție admite primitive. Determinarea primitivelor unei funcții pe ramuri.

2. Integrala definită

- Formula lui Leibnitz-Newton.
- Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.

3. Metode de calcul ale integralelor definite:

- Integrarea prin părți.
- Integrarea prin schimbarea de variabilă.

II. Etapa județeană

ALGEBRĂ

1. Inele și corpuri

- Inele numerice, inelul \mathbb{Z}_n , inele de matrice, inele de funcții reale.
- Corpuri numerice, \mathbb{Z}_n , n prim.
- Morfisme și izomorfisme de inele și corpuri.

2. Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ

- Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar).
- Împărțirea polinoamelor; împărțirea prin $X - a$.
- Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bezout, *c.m.m.d.c.* și *c.m.m.m.c.* al unor polinoame, descompunerea unui polinom în produs de factori ireductibili.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

Metode de calcul ale integralelor definite:

- Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, $\text{grad } Q \leq 4$ prin metoda descompunerii în fracții simple.

III. Etapa națională

ALGEBRĂ

Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ

- Rădăcini ale polinoamelor; relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 4.
- Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate.

ANALIZĂ MATEMATICĂ

Aplicații ale integralei definite

- Aria unei suprafețe plane.
- Volumul unui corp de rotație.