

PROGRAMA OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ

- ETAPA LOCALĂ – ANUL ȘCOLAR 2019 – 2020

- În programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- În programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, marcate cu text înclinat în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

Clasa a V-a

• Etapa locală

Numere naturale.

Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte.

Metode aritmetice de rezolvarea problemelor

Metoda reducerii la unitate. Metoda comparației. Metoda figurativă. Metoda mersului invers. Metoda falsei ipotezei.

Divizibilitatea numerelor naturale

Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n , 5^n , 10^n , 3 și 9; numere prime; numere compuse.

Clasa a VI-a

• Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimi

• Submulțimi. Cardinalul unei mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi finite și mulțimi infinite. *Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei.*

• Mulțimea \mathbb{N} . Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.. Proprietăți.

• $(a; b) \cdot [a; b] = a \cdot b$

• Dacă $(a; b) = d$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $a = dx$, $b = dy$.

• Dacă $[a; b] = m$ atunci există $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât $(x; y) = 1$ și $m = ax$, $m = by$.

2. Rapoarte și proporții

• Rapoarte. Proporții. Procente. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct și invers proporționale. Regula de trei simplă.

• Elemente de organizare a datelor. Grafice. Reprezentarea datelor cu ajutorul unor softuri matematice. Probabilități.

GEOMETRIE

1. Unghiuri

- Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplimentare, complementare, adiacente. Bisectoarea unui unghi.

- *Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf.*

2. Paralelism și perpendicularitate

- Drepte paralele. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice.

- Drepte perpendiculare în plan. Oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă. Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă. Aplicații practice.

3. Cercul

- Definiția cercului, construcție, elemente în cerc. Unghi la centru. Măsuri. Poziția unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri.

Clasa a VII-a

Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Modulul unui număr real. *Proprietățile modulului.* Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real
- Reguli de calcul cu radicali. Raționalizarea numitorilor. *Formula radicalilor dubli și următoarele rezultate:*
 - a) Dacă $a, b \in \mathbf{Q}^+$ și $p, q \in \mathbf{Q}^*$ astfel încât $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbf{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbf{Q}$.
 - b) Dacă $a \in \mathbf{Q}^*$ și $x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, atunci $a+x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ și $a \cdot x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$.

GEOMETRIE

1. Patrulaterul

- Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex
- Paralelogramul: proprietăți; aplicații în geometria triunghiului: linie mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi
- Paralelograme particulare: dreptunghi, romb, pătrat; proprietăți
- Trapezul, clasificare, proprietăți; linia mijlocie în trapez; trapezul isoscel, proprietăți
- Perimetre și arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez.

2. Cercul

- Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți: la arce congruente corespund coarde congruente și reciproc, diametrul perpendicular pe o coardă, arce cuprinse între coarde paralele, coarde egal depărtate de centru; tangente dintr-un punct exterior la un cerc.

Clasa a VIII-a

• Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Numere reale

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Ecuții. Modulul unui număr real. Ecuții.

Intervale. Operații cu intervale. Raționalizarea numitorului de forma $a + \sqrt{b}$ și $a \pm \sqrt{b}$

$a, b \in \mathbb{N}$. Formulele de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$;

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$; $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3$

$\pm b^3$. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere.

Operații.

GEOMETRIE

1. Probleme elementare de loc geometric.

2. Puncte, drepte, plane. Paralelism.

La conținutul programei școlare se adaugă: teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulater regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.

3. Proiecții ortogonale pe un plan

La conținutul programei școlare se adaugă: perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector.

Clasa a IX-a

• Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Mulțimea numerelor reale

2. Elemente de logică și teoria mulțimilor

3. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale (șiruri)

- Conținutul programei școlare
- Recurențe liniare de ordinul I și II

Noțiuni și rezultate suplimentare

Ecuții în numere întregi: $ax + by = c$; $x^2 + y^2 = z^2$. Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid.

Inegalitatea mediilor. Inegalitatea Cauchy-Buniakovski.. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebâșev;

GEOMETRIE

1. Vectori în plan

2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

Noțiuni și rezultate suplimentare

- *Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson*
- *Puncte și linii importante în triunghi. Teoreme de concurență și coliniaritate. Relații metrice.*

Clasa a X-a

• Etapa locală

1. Mulțimi de numere

- Conținutul programei școlare
- *Aplicații ale numerelor complexe în geometrie*

2. Funcții și ecuații

- Conținutul programei școlare
- *Convexitate în sensul lui Jensen, inegalități deduse din convexitate*

Clasa a XI-a

• Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică

- Conținutul programei școlare, cu excepția temei „Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare”
- *Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții.*
- *Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley.*
- *Rangul unei matrice $\mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{C})$. Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Mulțimea numerelor reale. Șiruri de numere reale. Limite de funcții.

2. Noțiuni și rezultate suplimentare

- *Mulțimi numărabile și nenumărabile*
- *Mulțimi dense în \mathbb{R} , lema intervalelor închise (Cantor). Mulțimi numărabile și $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ nenumărabile: sunt numărabile și \mathbb{R} este nenumărabilă*
- *Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert. Puncte limită pentru șiruri*

- Etapa locală

ALGEBRĂ

1. Grupuri. Inele și corpuri

- Conținutul programei școlare
- *Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Grupuri finit generate.*
- *Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc);*
- *Orice corp finit este comutativ.*

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Primitive

2. Integrala definită

- Conținutul programei școlare
- *Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate*