

**PROGRAMA pentru  
OLIMPIADA NAȚIONALĂ de MATEMATICĂ  
- ETAPA LOCALĂ, 16 februarie 2019**

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare, cât și conținuturi suplimentare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă, fără a prezenta demonstrațiile unor teoreme din programă. Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme (fără demonstrație) conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

**Clasa a V-a**

• **Etapa locală**

**1. Numere naturale.**

Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. Ultima cifră. Pătrate perfecte. Cuburi perfecte.

**2. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor**

Metoda reducerii la unitate. Metoda comparației. Metoda figurativă. Metoda mersului invers. Metoda falsei ipotezei.

**3. Divizibilitatea numerelor naturale**

Divizor; multiplu; divizori comuni; multipli comuni. Criterii de divizibilitate cu: 2, 5,  $2^n$ ,  $5^n$ ,  $10^n$ , 3 și 9.

**Clasa a VI-a**

• **Etapa locală**

**ALGEBRĂ**

**1. Mulțimi**

Submulțimi. Cardinalul unei mulțimi. Operații cu mulțimi. Mulțimi finite și mulțimi infinite. *Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei.*

Mulțimea  $N$ . Teorema fundamentală a aritmeticii. C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.. Proprietăți.

- $(a, b) \cdot [a, b] = a \cdot b$
- Dacă  $(a, b) = d$  atunci există  $x, y \in N$  astfel încât  $(x, y) = 1$  și  $a = dx, b = dy$ .
- Dacă  $[a, b] = m$  atunci există  $x, y \in N$  astfel încât  $(x, y) = 1$  și  $m = ax, m = by$ .

**2. Rapoarte și proporții**

Rapoarte. Proporții. Procente. Șir de rapoarte egale. Mărimi direct și invers proporționale. Regula de trei simplă.

Elemente de organizare a datelor. Grafice. Reprezentarea datelor cu ajutorul unor softuri matematice. Probabilități.

## GEOMETRIE

### 1. Unghiuri

Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct. Unghiuri suplimentare, complementare, adiacente. Biseectoarea unui unghi. *Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf.*

### 2. Paralelism și perpendicularitate

Drepte paralele. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice.

Drepte perpendiculare în plan. Oblice. Distanța de la un punct la o dreaptă. Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă. Aplicații practice.

### 3. Cercul

Definiția cercului, construcție, elemente în cerc. Unghi la centru. Măsuri. Poziția unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri.

## Clasa a VII-a

### • Etapa locală

## ALGEBRĂ

1. **Mulțimea numerelor raționale;** (conținutul programei școlare)

2. **Mulțimea numerelor reale; Modulul unui număr real.** (conținutul programei școlare)

*Proprietăți:* a)  $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbf{R};$  b)  $|x| = \max(-x, x), \forall x \in \mathbf{R};$  c)  $|xy| = |x||y|, \forall x, y \in \mathbf{R};$

$$d) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \forall x \in \mathbf{R}, \forall y \in \mathbf{R}^*; e) |x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbf{R};$$

$$f) |x| \leq a (a > 0), a, x \in \mathbf{R} \Leftrightarrow -a \leq x \leq a; g) |x| \geq a (a > 0), a, x \in \mathbf{R} \Leftrightarrow x \geq a \text{ sau } x \leq -a;$$

$$h) \sqrt{x^2} = |x|, \forall x \in \mathbf{R}.$$

3. **Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real; Reguli de calcul cu radicali** (conținutul programei școlare).

a) Dacă  $a \in \mathbf{N}$  și  $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbf{N}$ ; b) Dacă  $a, b \in \mathbf{N}$  și  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbf{Q}$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbf{N}$  și  $\sqrt{b} \in \mathbf{N}$ ;

c) Dacă  $a$  și  $b$  nu sunt pătrate ale unor numere raționale, atunci  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \notin \mathbf{Q}$ ; d) Dacă  $a, b \in \mathbf{Q}^*$  și  $\alpha, \beta \in \mathbf{Q}^*$  astfel încât, atunci  $\alpha\sqrt{a} + \beta\sqrt{b} \in \mathbf{Q}^*$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbf{Q}$  și  $\sqrt{b} \in \mathbf{Q}$ ; e)

Dacă  $a, b \in \mathbf{Q}^*$  astfel încât  $\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ , atunci  $a \pm \sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$  și  $a\sqrt{b} \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ ; f) Dacă  $a \in \mathbf{Q}^*$  și

$$b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}, \text{ atunci } a + b \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q} \text{ și } ab \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}; g) \sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}}, \text{ unde } a, b, c \in \mathbf{R}^* \text{ și}$$

$$c^2 = a^2 - b \text{ (formula radicalilor dubli).}$$

## GEOMETRIE

1. **Patrulatere** (Conținutul programei școlare)
2. **Asemănarea triunghiurilor** (Conținutul programei școlare).  
Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante. Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți. Linia mijlocie în trapez; proprietăți.

### Clasa a VIII-a

#### • Etapa locală

## ALGEBRĂ

### 1. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Partea întregă și partea fracționară a unui număr real. Ecuații. Modulul unui număr real. Ecuații
- Intervale. *Operații cu intervale. Inecuații*
- Formulele de calcul prescurtat. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații

## GEOMETRIE

### 1. Puncte, drepte, plane. Paralelism.

- Conținutul programei școlare
- Teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă a teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulatere regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.

### 2. Proiecții ortogonale pe un plan

- Conținutul programei școlare
- Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremelor celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector

### Clasa a IX-a

#### • Etapa locală

## ALGEBRĂ

### 1. Mulțimea numerelor reale

### 2. Elemente de logică și teoria mulțimilor

### 3. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale (șiruri)

- Conținutul programei școlare

- *Recurențe liniare de ordinul I și II*

### 4. Noțiuni și rezultate suplimentare

- *Ecuații în numere întregi :  $ax + by = c$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ . Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid.*

- *Inegalitatea mediilor. Inegalitatea Cauchy-Buniakovski.*

## GEOMETRIE

1. Vectori în plan
2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană
3. Noțiuni și rezultate suplimentare
  - Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner.

### Clasa a X-a

#### • Etapa locală

## ALGEBRĂ

1. Mulțimi de numere
  - Conținutul programei școlare
  - Aplicații ale numerelor complexe în geometrie
2. Funcții și ecuații
  - Conținutul programei școlare

### Clasa a XI-a

#### • Etapa locală

## ALGEBRĂ

### 1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică

- Conținutul programei școlare, cu excepția temei „Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare”
- Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncti, respectiv transpoziții.
- Ecuația caracteristică a unei matrice; Teorema Hamilton-Cayley.

## ANALIZA MATEMATICĂ

1. Mulțimea numerelor reale. Șiruri de numere reale. Limite de funcții.
2. Funcții continue
3. Noțiuni și rezultate suplimentare
  - Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ , sunt numărabile și este  $\mathbb{R}$  este nenumărabilă).
  - Mulțimi dense în  $\mathbb{R}$ , lema intervalelor închise (Cantor).
  - Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert. Puncte limită pentru șiruri

### Clasa a XII-a

#### • Etapa locală

## ALGEBRA

### Grupuri. Inele și corpuri

- Conținutul programei școlare
- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy. Grupuri finit generate.
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc);
- Orice corp finit este comutativ.

## ELEMENTE DE ANALIZĂ MATEMATICĂ

---

1. Primitive
2. Integrala definită
  - Conținutul programei școlare
  - *Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate.*

### NOTĂ

1. La etapa olimpiadei de matematică (locală), autorul problemelor din concurs va utiliza conținutul prezentei programe pentru olimpiadă.
2. Temele propuse vor cuprinde atât conținuturile obligatorii pentru toți elevii, cât și conținuturile suplimentare.