

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
In Memoriam „ION COJOCARU”
9 mai 2015, clasa a VII-a

Partea I: 50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile)

- 1.** Se dau numerele $n+1, 2n-3, 3n+5, 4n-13$, unde $n \in \mathbb{Z}$. Știind că suma numerelor este 0, atunci produsul lor este: A. 0 B. -15 C. 2 D. 144
- 2.** Ionel împarte în mod egal prietenilor lui 2015 surprize și 215 timbre. Numărul maxim al prietenilor lui Ionel sunt: A. 3 B. 4 C. 5 D.215
- 3.** Notăm $[a]$ partea întreagă din a , $\{a\}$ -partea fracționară a lui a , atunci rezultatul calculului $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + [1-\sqrt{2}] + \{1-\sqrt{2}\}$ este: A. -1 B. $2-\sqrt{2}$ C. 1 D. 0
- 4.** În triunghiul ABC, măsurile unghiurilor exterioare ale lui B și C sunt 120° , respectiv 150° . Dacă $BC=10$ cm, atunci lungimea medianeii AM, $M \in BC$, este de: A. 5 B. 8 C. 10 D.15
- 5.** Soluția ecuației $2(2^x + 6) - \sqrt{(1 + \frac{3}{1})(1 + \frac{5}{4})(1 + \frac{7}{9}) \dots (1 + \frac{89}{1936})} = 2015$: A. 2015 B. 9 C. 10 D.11
- 6.** Rezultatul calculului $\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} - \sqrt{3} - \sqrt{5}$ este : A. $\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$
- 7-8.** Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 120$ și $AB = 10$ cm. Se consideră punctele $E \in (AB)$, $F \in (AC)$ astfel încât $CF = BE = 4$ cm. Fie M și N sunt mijloacele segmentelor [BC], respectiv [EF], și $AB \cap MN = \{I\}$, atunci:
 - $m(\angle BIM)$ este de: A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°
 - lungimea segmentului [MN] este: A. 2cm B. 4cm C. 6 cm D. 10cm
- 9.** Rezultatul calculului $\sqrt{5+2\sqrt{6}} - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-1} - (\frac{1}{\sqrt{5}-2})^{-2} - 20 \cdot (\sqrt{5})^{-1}$. este : A. 0 B. $-9-2\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$
- 10.** Aria triunghiului echilateral cu înălțimea de $4\sqrt{3}$ cm este: A. $16\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{3}$; C. 48; D. $64\sqrt{3}$.

Partea a II-a :40 puncte(pe foaia de concurs se trec rezolvările complete)

- 1.** În triunghiul ABC $m(\angle(BAC))=90^\circ$, considerăm punctele $E \in (AC)$, $F \in (AB)$ astfel încât $\angle AEF \equiv \angle ABC$ și $\angle AFE \equiv \angle ACB$. Dacă E' și F' sunt proiecțiile punctelor E și F pe BC, demonștrați că $EE' + EF + FF' \leq BC$. Determinați condițiile în care are loc egalitatea.
- 2.**a) Să se arate că pentru orice x real strict pozitiv are loc egalitatea: $1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = (1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1})^2$.
- b) Fie $a, b \in \mathbb{R}^*$ astfel încât: $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{a^2b} + \frac{1}{ab^2} - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 1$.
 Arătați că dacă $ab > 0$, atunci $a+b > ab$ și dacă $ab < 0$, atunci $a+b < ab$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.

