Inspectoratul Şcolar Judeţean Argeş
Liceul Teoretic Iulia Zamfirescu Mioveni

Concursul Județean de Matematică-Informatică "In Memoriam-Ion Cojocaru"

Clasa a VIII-a

9 mai 2015

SUBIECTE :

Partea I: 5x10=50 puncte (pe foaia de concurs se trec numai răspunsurile).

1. Valoarea numărului „x" din egalitatea:

$[(2015 + 2014 \cdot 2015) : (2015 \cdot 2016 - 2015)] \cdot x = 111 \cdot 90 : (111 + 222 + \ldots + 999)$ este:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1 ;

2. Un automobil trebuia să parcurgă o distanţă în 18 ore. El a parcurs-o în 14 ore şi 24 de minute. Cu câte procente s-a micşorat durata şi cu câte procente s-a mărit viteza automobilului ?

A. 20 % şi 20 % B. 20 % şi 25 % C. 25 % şi 20 % D. 25 % şi 25 % ;

3. Dacă a, b, c sunt numere întregi nenule şi $a\cdot(a-1) = b + c$, $b\cdot(b-1) = c + a$, $c\cdot(c-1) = a + b$ atunci valoarea expresiei $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ este egală cu:

A. 1 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. 0;

4. Numărul natural „n" astfel încât $\sqrt{\frac{1}{1\cdot 8}+\frac{1}{2\cdot 12}+....+\frac{1}{n(4n+4)}}=\frac{3\sqrt{10}}{19}$ este:

A. 630 B. 306 C. 603 D. 360;

5. Să se arate că dacă $x^2 + y^2 = x + y + 1$, atunci $x, y \in [a;b]$, unde $[a;b]$ este:

A. $\left[\frac{1-\sqrt{3}}{2};\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1-\sqrt{6}}{2};\frac{1+\sqrt{6}}{2}\right]$ C. $\left[\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$ D. $\left[\frac{1-\sqrt{2}}{2};\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right]$;

6. În triunghiul *ABC*, $m(\angle ABC) = 60^\circ$, *BD* şi *CE* sunt înălţimi, iar *O* este mijlocul segmentului *BC*. Atunci Δ *EOD* este:

A. isoscel şi neechilateral B. dreptunghic C. echilateral D. scalen;

7. Fie ABCD un paralelogram, iar E şi F două puncte situate pe AD, respectiv BC. Dacă aria triunghiului DCF este X, iar aria triunghiului EFB este Y, atunci aria paralelogramului ABCD este egală cu :

A. 2X +2Y B. X + 3Y C. 3X + Y D. X + Y;

8. Într-un triunghi ABC în care AB = 5, se consideră înălţimea AH din vârful A. Ştiind că punctul H aparţine segmentului BC şi că tg (∠ABC) = $\frac{4}{3}$, iar ctg (∠ACB) = 2, atunci lungimea segmentului HC este egală cu:

A. 10 B. 8 C. 12 D. 6;

9. Un cub de dimensiuni 3 x 3 x 3 este vopsit în roşu şi apoi este secţionat în 27 de cuburi de latură unu. Câte din cuburile de latură unu vor avea exact două feţe colorate în roşu?

A. 8 B. 15 C. 4 D. 12;

10. *ABCA'B'C'* este o prismă triunghiulară regulată. Dacă Δ *ABC* are latura 5, iar AA' = $5\sqrt{2}$, atunci *m(∠ (AC',CB'))* este egală cu:

A. 120° B. 45° C. 60° D. 90°.

Partea II: 40 puncte (pe foaia de concurs se trec rezolvările complete).

(20 p) 1. a) Determinaţi funcţia $f : \mathbb{N}^* \to Q$ care îndeplineşte condiţiile:

$$f(2015) = 2014 \text{ şi } f(x+1) = f(x) + \frac{x}{1007}, \forall x \in N^*;$$

b) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia: $\left(x^2 + y^2\right)^3 = \left(x^3 - y^3\right)^2$;

(20 p) 2. Fie *ABC* un triunghi dreptunghic în *A* cu catetele de lungimi *b* şi *c*. În *B* se ridică segmentul *BD = d*, perpendicular pe planul triunghiului *ABC*. Notăm cu *M* şi *N* proiecţiile punctului *A* pe dreptele *BC* şi *CD*, iar cu P şi Q proiecţiile punctului *B* pe dreptele *AD*, respectiv *DC*. Calculaţi distanţa dintre planele *(BPQ)* şi *(AMN)*.

NOTĂ:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.
Se acordă 10 puncte din oficiu.