



Concursul Județean „Dan Barbilian”

17 decembrie 2016 – Câmpulung

Clasa a VI – a

Varianta 1

BAREM de CORECTARE și NOTARE:

1. a) $1, (3) + 3, (6) = 5$ 1p

Calculul acoladei: $\frac{13}{3}$ 1p

Finalizare: 2 1p

b) $\frac{x+y}{x, (y)+y, (x)} = \frac{x+y}{\frac{xy-x}{9} + \frac{yx-y}{9}} =$ 2p

$= \frac{9(x+y)}{10(x+y)} = 0,9$ - număr constant. 2p

2. a) $m(\angle AOB) = m(\angle COD) = x^\circ$; $m(\angle COF) = m(\angle EOF) = 30^\circ + x^\circ$,
 $m(\angle BOE) = m(\angle DOE) = 60^\circ + x^\circ$ 2p

Din $m(\angle BOE) + m(\angle EOF) + m(\angle FOC) = 180^\circ \Leftrightarrow (60 + x) + (60 + x) + x = 180$,
obținem $x = 20^\circ$ 2p

b) $m(\angle COH) = m(\angle HOD) = 10^\circ \Rightarrow$ 1p
 $= m(\angle EOH) = m(\angle EOD) + m(\angle DOH) = 80^\circ + 10^\circ = 90^\circ$ 2p

3. a) Notăm $AB = a$.

Din datele problemei avem $AB = BC = a$ și $BC = CD \Rightarrow AB = BC = CD = a$ 2p

Calculând se obține: $\frac{AC + BD}{4} = \frac{2a + 2a}{4} = \frac{4a}{4} = a = BC$ 2p

b) $\frac{1}{AC} + \frac{1}{BD} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{2a} = \frac{2}{2a} = \frac{1}{a}$ 1p

$\frac{4}{AD} = \frac{4}{3a}$ 1p

Finalizare. 1p

4. Fie $(a, b) = d$; $d \in N^*$, $a = dx$, $b = dy$, $(x, y) = 1$, $[x, y] = dxy$ 1p

$5dx + d = dxy \Leftrightarrow 5x + 1 = xy \Leftrightarrow x(y - 5) = 1 \Rightarrow x = 1$; $y = 6 \Rightarrow a = d$ și $t \in N^*$, $b = 6d$ 2p

a = pătrat perfect; b = cub perfect $\Rightarrow d = 2^2 \cdot 3^2 \cdot t^6$, $t \in N^*$ 2p

Pentru $t = 1 \Rightarrow d = 2^2 \cdot 3^2 = 36 \Rightarrow a = 36$ și $b = 216$

Dacă $t \geq 2 \Rightarrow a = d \geq 36 \cdot 2^6 = 2304 > 2016$, deci unica soluție este $a = 36$, $b = 216$ 2p

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.